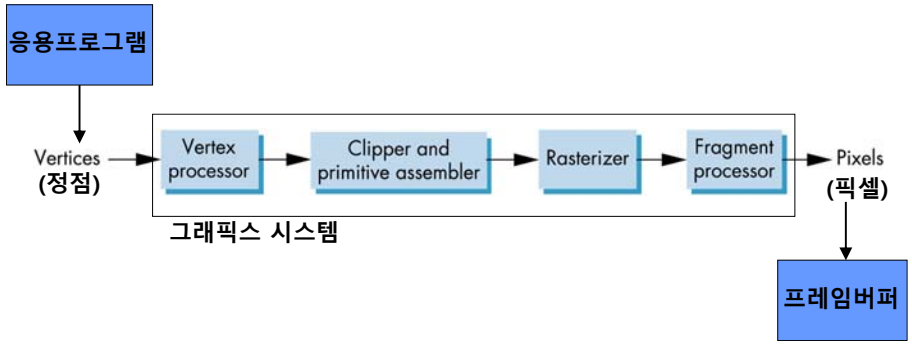
From Vertices to Fragments

514780
2016년 가을학기
12/02/2016
박경신

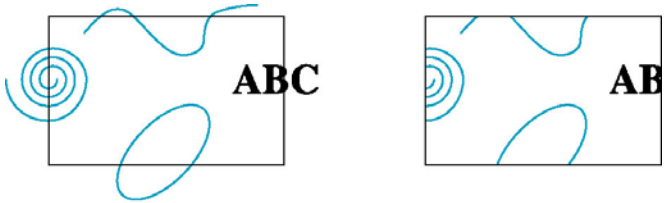
Geometric Pipeline

- 기하 파이프라인 (geometric pipeline)
  - 정점 처리 (vertex processing)
  - 클리핑과 기본요소로 조립 (clipping and primitive assembly)
  - 래스터화 (rasterization)
  - 단편 처리 (fragment processing)



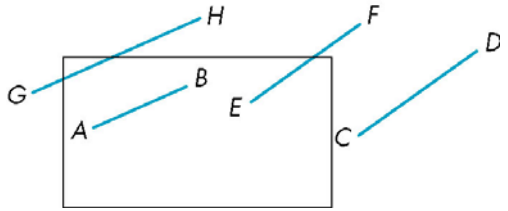
Clipping

- 2차원 클리핑 윈도우 (clipping window)
- 3차원 클리핑 경계 입체 (clipping volume)
- 곡선과 텍스트는 먼저 선과 다각형으로 바꿔줄 것



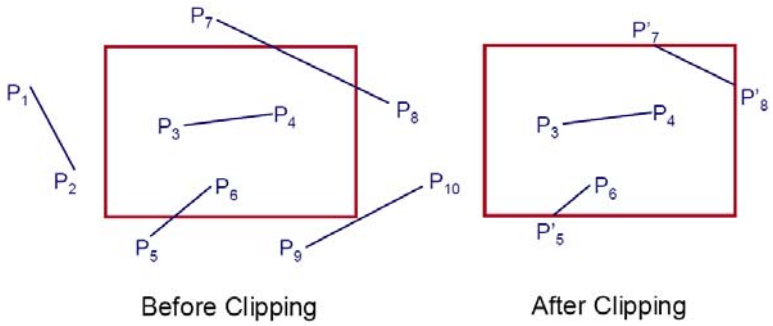
2D Line-Segment Clipping

- 선분 클리핑 (clipping 2D line segments)
  - 절단기(clipper)는 어떤 기본 요소 또는 그 일부가 화면에 나타나야 되고 래스터화기로 보내져야 하는 지를 결정
  - 수용 (accepted): 지정한 관측 공간에 들어온 기본 요소는 수용
  - 거부 (rejected) 또는 선별 (culled): 화면에 나타날 수 없는 기본 요소는 제거됨
- 2차원 선분 클리핑



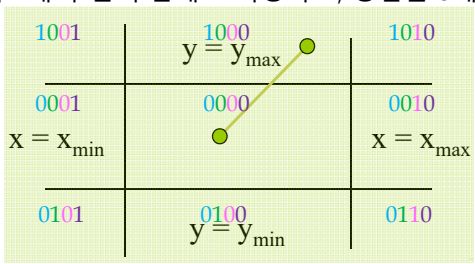
2D Line-Segment Clipping

- 클리핑 윈도우의 모든 변들에 대해서 교점을 계산하는 방법
  - 매 교점 당 하나의 나눗셈을 해야 하므로 비효율적임



Cohen-Sutherland Algorithm

- Cohen-Sutherland 클리핑 알고리즘
  1. 클리핑 윈도우의 4개의 변 무한대로 확장하고, 공간을 9개의 영역으로 분할



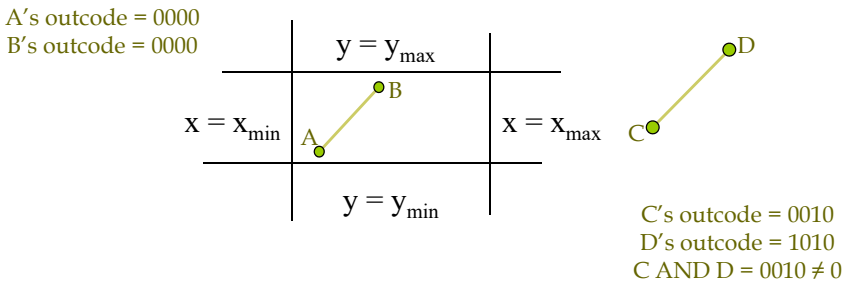
  2. 각 영역에 고유의 **외곽부호 (outcode), $b_0b_1b_2b_3$**를 다음과 같이 한다

$$b_0 = \begin{cases} 1 & if\ y > y_{max} \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad b_1 = \begin{cases} 1 & if\ y < y_{min} \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad b_2 = \begin{cases} 1 & if\ x > x_{max} \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad b_3 = \begin{cases} 1 & if\ x < x_{min} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

  3. 외곽부호에 기초하여 4가지 경우를 판단

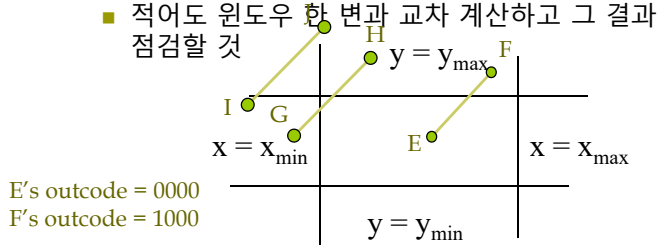
Cohen-Sutherland Algorithm

- 선분 AB의 경우: A's outcode = B's outcode = 0
  - 선분의 양 끝점이 클리핑 윈도우 내부에 있는 경우, accepted
- 선분 CD의 경우: C's outcode AND D's outcode ≠ 0
  - 선분의 양 끝점이 클리핑 윈도우의 같은 변의 외부에 있는 경우, rejected



Cohen-Sutherland Algorithm

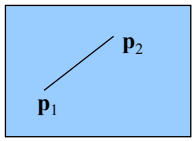
- 선분 EF의 경우: E's outcode ≠ 0, F's outcode = 0
  - 선분의 한 끝점은 클리핑 윈도우 내부에 있고, 다른 하나는 외부에 있는 경우, subdivide
  - 1개 교차점 (intersection)을 찾아야 함
- 선분 GH, 선분 IJ의 경우: G's outcode AND H's outcode = 0
  - 선분의 양 끝점이 모두 외부에 있는 경우, subdivide. 선분 GH경우 선분의 일부가 클리핑 윈도우 내부에 있음
  - 적어도 윈도우 한 변과 교차 계산하고 그 결과 점의 외곽부호를 점검할 것



Liang-Barsky Algorithm

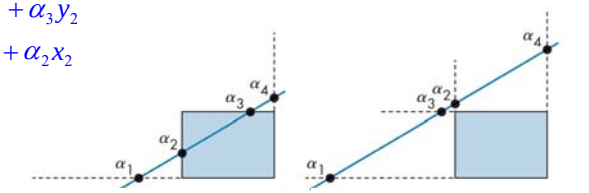
- Liang-Barsky 클리핑 알고리즘
  1. 매개변수형 직선 공식

$$P(\alpha) = (1-\alpha)P_1 + \alpha P_2,\ 0 \le \alpha \le 1$$
$$x(\alpha) = (1-\alpha)x_1 + \alpha x_2$$
$$y(\alpha) = (1-\alpha)y_1 + \alpha y_2$$



  2. 선분이 클리핑 윈도우의 확장된 변과 교차하는 4점을 계산하여 α 값의 순서를 살펴봄으로써 판별함

$$y_{max} = (1-\alpha_3)y_1 + \alpha_3 y_2$$
$$x_{min} = (1-\alpha_2)x_1 + \alpha_2 x_2$$
$$\alpha_3 = \frac{y_{max} - y_1}{y_2 - y_1}$$
$$\alpha_2 = \frac{x_{min} - x_1}{x_2 - x_1}$$



$1 > \alpha_4 > \alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1 > 0$

우, 상, 좌, 하 순서로 교차하므로 단축

$1 > \alpha_4 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1 > 0$

우, 좌, 상, 하 순서로 교차하므로 기각

Liang-Barsky Algorithm

- Liang-Barsky 클리핑 알고리즘
  3. 클리핑 윈도우 내에 존재하는 직선은 다음을 만족함

$$x_{min} \le x(\alpha) \le x_{max}$$
$$y_{min} \le y(\alpha) \le y_{max}$$

  4. 클리핑 윈도우의 바깥에 위치하는 직선은, (x_1, y_1)이 x_{min}, x_{max} 또는 y_{min}, y_{max} 바깥이 있을 경우임

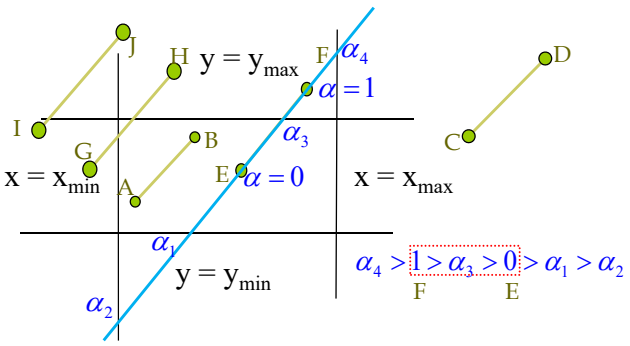
$$q_k < 0 \quad (k = 1,2,3,4)$$

where

$$q_1 = x_1 - x_{min}$$
$$q_2 = x_{max} - x_1$$
$$q_3 = y_1 - y_{min}$$
$$q_4 = y_{max} - y_1$$

Liang-Barsky Algorithm

- Liang-Barsky 클리핑 알고리즘
  5. 직선의 두 점 중, x 값이 적은 점을 (x_1, y_1)이라 가정, 직선을 무한히 연장하면 각각 클리핑 윈도우를 바깥쪽에서 안쪽으로, 안쪽에서 바깥쪽으로 지나게 됨

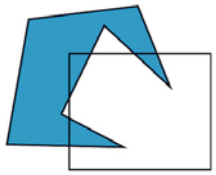


$\alpha_4 > 1 > \alpha_3 > 0 > \alpha_1 > \alpha_2$

F E

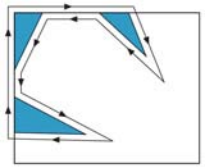
Polygon Clipping

- 오목한 다각형 (concave polygon)의 클리핑
  - 방법1: 클리핑 후 하나의 다각형으로 묶는 방법
  - 방법2: 오목한 다각형의 집합으로 나누고 (tessellate), 클리핑

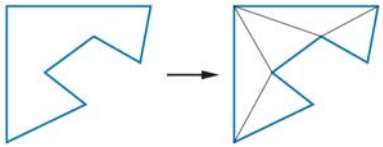


클리핑 전

클리핑 후



하나의 다각형 생성



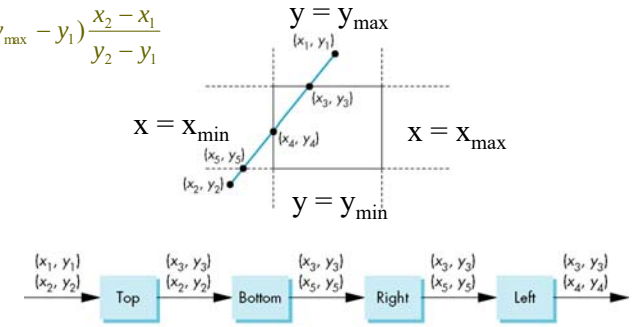
분할 (Tessellation)

Pipeline Clipping of Line Segments

- Sutherland-Hodgeman 알고리즘
  - 절단기를 각각 윈도우의 한 변에 대해서 클리핑하는 더 간단한 절단기의 파이프라인으로 세분함

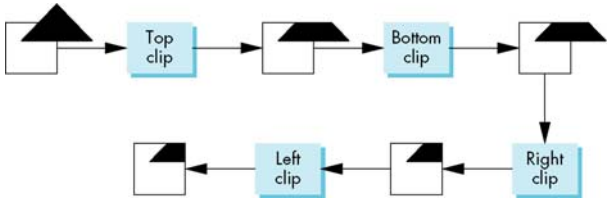
$$x_3 = x_1 + (y_{max} - y_1)\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$$

$$y_3 = y_{max}$$



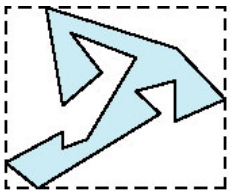
Pipeline Clipping of Polygons

- Sutherland-Hodgeman 알고리즘
  - Input: 다각형 (정점 리스트)과 클리핑 면
  - Output: 새로운 클리핑이 된 다각형 (정점 리스트)
  - 2차원 다각형에 대한 연속적인 절단기(pipeline clipping of polygons)
  - 3차원의 경우, 전변 (front)과 후변 (back) 클리핑을 추가함



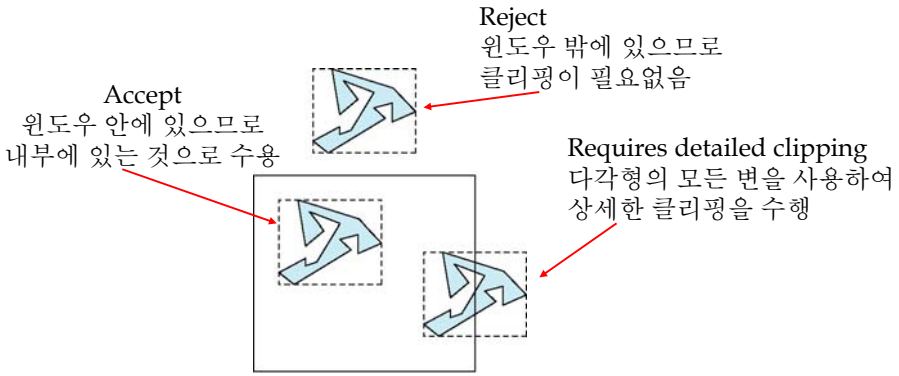
Bounding Boxes

- 다각형의 축정렬 경계상자 (*axis-aligned bounding box*) 또는 범위 (*extent*)를 클리핑에 사용
  - 많은 변을 가진 복잡한 다각형의 경우
  - 경계상자는 다각형을 포함하는 윈도우에 정렬된 가장 작은 사각형
  - 경계상자는 다각형 정점 x와 y값의 최소값 (min)과 최대값 (max)를 계산하여 얻어짐



Bounding boxes

- 경계상자를 사용하여 간단한 클리핑 수행

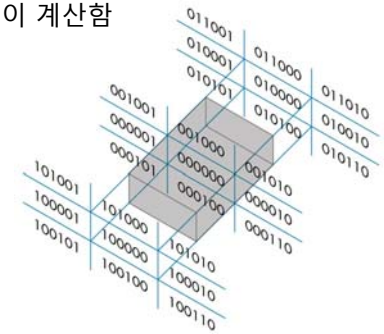


Cohen-Sutherland Algorithm in 3D

- 3차원에서는 평면에서의 경계영역이 아닌 경계 공간 (bounding volume)에 대하여 클리핑
- Cohen-Sutherland 클리핑 알고리즘
  - 클리핑 공간에 대한 4비트 외곽부호를 6비트 외곽 부호로 대체하고 2차원의 경우와 같이 계산함

$$b_4 = \begin{cases} 1 & if\ z > z_{max} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$b_5 = \begin{cases} 1 & if\ z < z_{min} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$



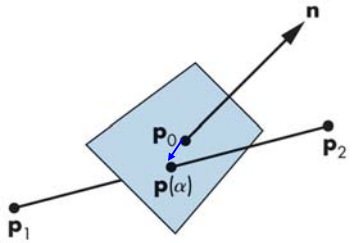
Liang-Barsky Algorithm in 3D

- Liang-Barsky 클리핑 알고리즘
  - 선분의 3차원 매개변수 표현

$$P(\alpha) = (1-\alpha)P_1 + \alpha P_2,\ 0 \le \alpha \le 1$$
$$x(\alpha) = (1-\alpha)x_1 + \alpha x_2$$
$$y(\alpha) = (1-\alpha)y_1 + \alpha y_2$$
$$z(\alpha) = (1-\alpha)z_1 + \alpha z_2$$

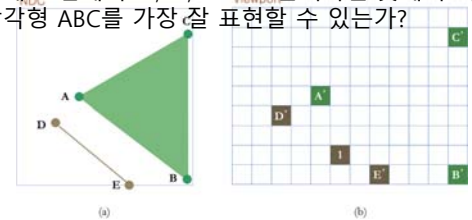
  - 평면 (P_0, n)의 공식으로부터 α유도

$$P(\alpha) = (1-\alpha)P_1 + \alpha P_2$$
$$n \cdot (P(\alpha) - P_0) = 0$$
$$\alpha = \frac{n \cdot (P_0 - P_1)}{n \cdot (P_2 - P_1)}$$



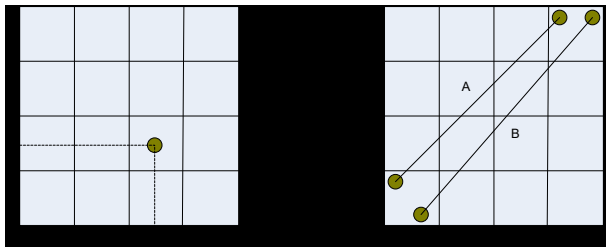
Rasterization

- 래스터화 (rasterization)/스캔 변환 (scan conversion)
  - 프레임버퍼에서 단편의 형성에 이르는 과정의 마지막 단계
  - 물체를 표현하기 위해 어떤 화소를 밝힐 것인지를 결정하는 작업
  - 정규화 가시부피 (normalized device coordinates)에서 뷰포트 (viewport)로의 사상
  - 정점좌표를 화면좌표로 변환한 결과를 기준으로
    - 선분을 화면좌표로 변환
    - 내부면을 화면좌표로 변환
    - 아래 그림에서 A′, B′, C′으로 둘러싸인 곳에서 어떤 화소를 칠해야 삼각형 ABC를 가장 잘 표현할 수 있는가?



Rasterization

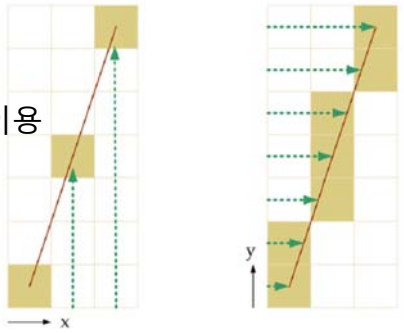
- 실수(float) 좌표를 정수(int) 좌표로 변환
  - 때로는 반올림이 필요
  - 예를 들어, 정점의 뷰포트 좌표가 (1.95, 1.4) → 화소 (2, 1)로 변환됨
  - 화소 경계선 내부 (1.5 <= x < 2.5)이고 (0.5 <= y < 1.5)인 모든 정점은 (2, 1)로 사상됨



A, B는 모두 같은 선분으로 사상됨

Line Scan-Conversion

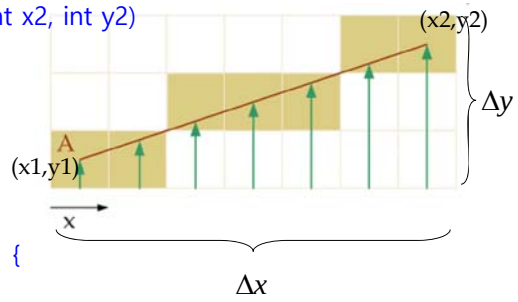
- 래스터 변환 알고리즘이 적용되는 가장 기본적인 객체가 선분 (line segment)임
- 일단 선분 양 끝 정점이 화면의 어떤 화소로 사상되는 지를 결정한 후에 나머지 화소 부분을 처리
- 기울기를 기준으로 샘플링
  - 1보다 크면 y 좌표를 증가
  - 1보다 작으면 x 좌표를 증가
- 기울기가 음수라면 절대값 이용



Line Scan-Conversion

- 교차점 계산에 의한 변환은 부동소수곱셈으로 인해 속도저하

```
void LineDraw(int x1, int y1, int x2, int y2)
{
    float y, m;
    int dx, dy;
    dx = x2 - x1;
    dy = y2 - y1;
    m = dy / dx;
    for (x = x1; x <= x2; x++)  {
        y = m*(x - x1) + y1;
        DrawPixel(x, round(y));
    }
}
```



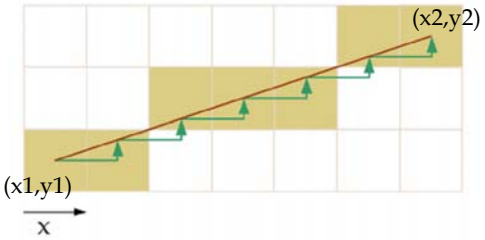
두점 $(x1, y1)(x2, y2)$을 지나는 직선방정식

$$y = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}(x - x1) + y1$$

DDA (Digital Differential Analyzer)

- 부동소수 곱셈을 부동소수 덧셈으로 변환

```
void LineDraw(int x1, int y1, int x2, int y2)
{
    float m, y;
    int dx, dy;
    dx = x2 - x1;
    dy = y2 - y1;
    m = dy / dx;
    y = y1;
    for (int x = x1; x <= x2; x++) {
        y += m;
        DrawPixel(x, round(y));
    }
}
```



$$y = mx + h \text{ where } m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \Delta y = m\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta y = m \text{ (x가 1씩 증가할 때)}$$

DDA (Digital Differential Analyzer)

- DDA 알고리즘에 의한 연산

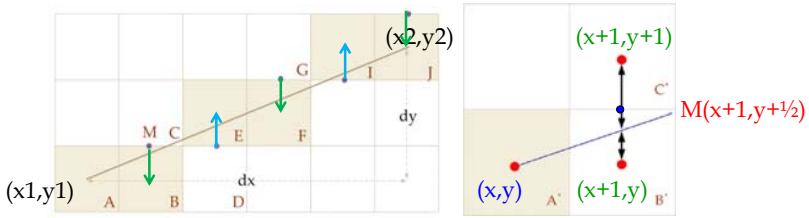
x	(x, y)	반올림 결과
x = 0	(0, 0.00)	(0, 0)
x = 1	(1, 0.33)	(1, 0)
x = 2	(2, 0.66)	(2, 1)
x = 3	(3, 0.99)	(3, 1)
x = 4	(4, 1.32)	(4, 1)
x = 5	(5, 1.65)	(5, 2)
x = 6	(6, 1.98)	(6, 2)

DDA (Digital Differential Analyzer)

- DDA 단점
  - 부동소수 연산
    - 부동소수 덧셈이 정수 연산에 비해 느림
  - 반올림 연산
    - round( ) 함수 실행에 걸리는 시간
  - 연산 결과의 정확도
    - 부동소수의 경우 뒷 자리가 잘려나감
    - 연속적인 덧셈에 의한 오류 누적
    - 선택된 화소가 실제 선분에서 점차 멀어져서 표류(Drift)

Bresenham's Line Algorithm

- 중점 알고리즘(Midpoint Algorithm) 라고도 불림
  - 모든 부동소수점 계산을 피하고 정수 계산만 이용
  - 현재 래스터기의 표준 알고리즘이 된 직선 래스터화 알고리즘



- A (x, y)선택
  - 다음 화소는 B (x+1, y), C (x+1, y+1) 중 하나
  - 화소 중심과 선분간의 수직 거리에 의해 판단
  - 선분이 **중점 M 아래에 있으면 화소 B**, **위에 있으면 화소 C**를 선택

Bresenham's Line Algorithm

- 화소 A=(x1, y1)이라 하면 화소 B, C의 중점 M의 좌표는 (x1 + 1, y1 + ½)이 되는 데, 이를 F에 대입해보면

$$y = mx + h, m = \frac{dy}{dx}$$

$$y = \frac{dy}{dx}x + h$$

$$ydx = xdy + hdx$$

$$0 = xdy - ydx + hdx$$

$$F(x,y) = 2xdy - 2ydx + 2hdx$$

$$F(x,y) = F\left(x1+1, y1+\frac{1}{2}\right)$$

$$= 2(x1+1)dy - 2\left(y1+\frac{1}{2}\right)dx + 2hdx$$

$$= 2x1dy - 2y1dx + 2hdx + 2dy - dx$$

$$= F(x1,y1) + 2dy - dx$$

$$F(x1,y1) = 2x1dy - 2y1dx + 2hdx = 0$$

$$F(x,y) = 2dy - dx$$

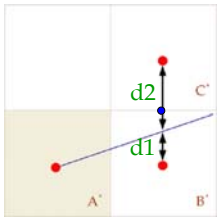
Bresenham's Line Algorithm

- 결정변수 (decision variable)에 의해 중점이 선분의 위인지 아래인지를 판단
  - 만약 F(x, y) < 0이라면, 중점이 선분 위에 있고 따라서 동쪽 화소를 선택
  - 만약 F(x, y) > 0이라면, 동북쪽 화소를 선택

$F(x,y) = 2dy - dx$

if $(F(x,y) < 0)$ *select E* // 동쪽 화소 선택

else *select NE* // 동북쪽 화소 선택



d2>d1 => F(x,y) <0

Bresenham's Line Algorithm

- 현재 고려되고 있는 화소의 좌표를 (x, y)라고 하고 만약 동쪽 화소가 선택되었다면, 다음 단계 위치는 (x+1, y)
- 동북쪽 화소가 선택되었다면 다음 단계 위치는 (x+1, y+1)
- 다음 단계의 결정변수와 현 단계의 결정변수의 차이는 다음과 같이 계산

$$
\begin{aligned}
incrE &= F(x+1,y) - F(x,y) \\
&= \left(2(x+1)dy - 2ydx + 2hdx\right) - \left(2xdy - 2ydx + 2hdx\right) \\
&= 2dy
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
incrNE &= F(x+1,y+1) - F(x,y) \\
&= \left(2(x+1)dy - 2(y+1)dx + 2hdx\right) - \left(2xdy - 2ydx + 2hdx\right) \\
&= 2dy - 2dx
\end{aligned}
$$

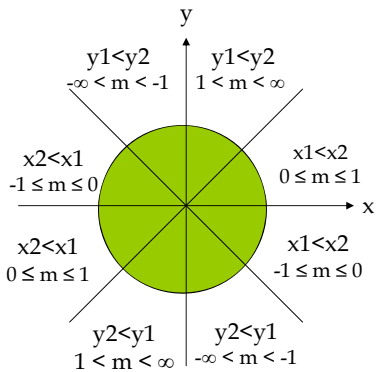
Bresenham's Line Algorithm

$0 \le m \le 1$

```
void MidpointLineDraw(int x1, int y1, int x2, int y2)
{
    int dx, dy, incrE, incrNE, D, x, y=y1;
    dx = x2 - x1; dy = y2 - y1;
    D = 2*dy - dx;              // 결정변수 값을 초기화
    incrE = 2*dy;               // 동쪽 화소 선택시 증가분
    incrNE = 2*dy - 2*dx;       // 동북쪽 화소 선택시 증가분
    for (x=x1; x <= x2; x++) {
        if (D <= 0) {           // 결정변수가 음수. 동쪽화소 선택
            D += incrE;         // 결정변수 증가
        }
        else {                  // 결정변수가 양수. 동북쪽 화소 선택
            D += incrNE;        // 결정변수 증가
            y++;                // 다음 화소는 동북쪽
        }
        DrawPixel (x, y);       // 화소 그리기
    }
}
```

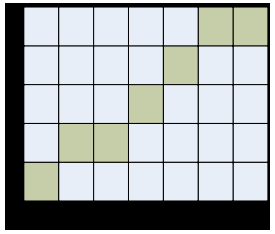
Bresenham's Line Algorithm

- |m| > 1.0
  - x와 y를 바꿔서 계산함
  - y방향으로 증가시키면서, x값을 결정함
- 그 외에, 특수한 경우는 따로 처리함
  - Δy = 0 (horizontal line)
  - Δx = 0 (vertical line)
  - |Δx| = |Δy| (diagonal lines)



Bresenham's Line Algorithm

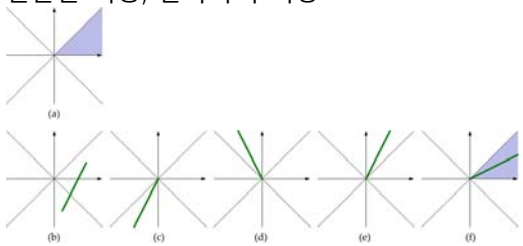
- 예를 들어 (0, 0)과 (6, 4)를 연결하는 선분



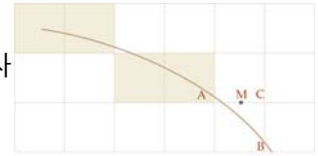
(0, 0)	D > 0
(1,1)	D < 0
(2, 1)	…
…	…
(6, 4)	

Bresenham's Line Algorithm

- 정수연산에 의한 속도증가 + 하드웨어로 구현
- 첫 8분면에서만 정의
  - 다른 선분은 이동, 반사하여 적용

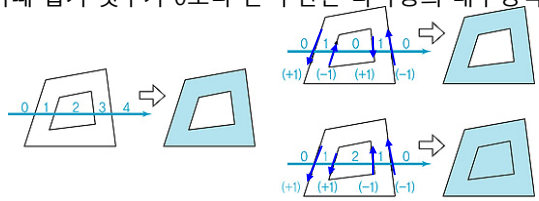


- 원 생성 알고리즘
  - 선분생성 알고리즘과 유사



Polygon Scan-Conversion

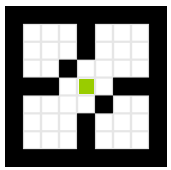
- 다각형의 래스터화 = 다각형 채우기 (polygon filling)
  - 점이 다각형의 내부에 있다면 그것을 내부색으로 칠함
- 다각형 내부의 판단규칙
  - 홀짝 규칙 (even-odd rule)
    - 주사선 별로 경계가 홀수(odd) 번째 교차하면 내부, 짝수(even) 번째 교차하면 외부가 시작된다고 판단
  - 접기횟수 규칙 (non-zero winding rule)
    - 주사선 별로 아래쪽 경계와 교차하면 접기 횟수를 1 증가, 위쪽방향의 경계와 교차하면 1감소
    - 이때 접기 횟수가 0보다 큰 구간은 다각형의 내부영역으로 판단



Flood Fill

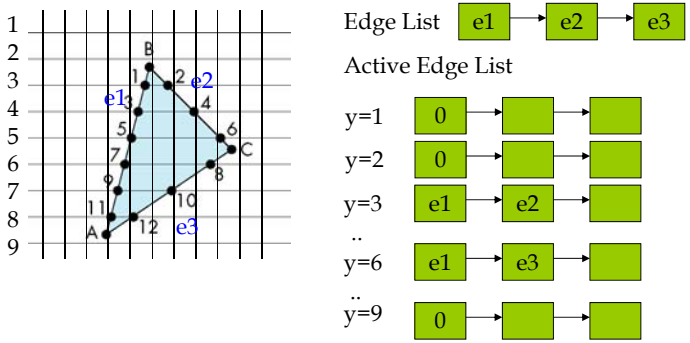
- 범람 채우기 (flood fill)
  - 내부로 정의된 영역 채우기
  - 다각형 내부의 시작점 (seed point)에서 시작하여, 순환적으로 이웃을 살펴보고, 만약 이들이 변의 점이 아니라면 채우기색으로 칠함

```
void flood_fill(int x, int y) {        // 다각형 내부 초기점 (x, y)에서 시작
    if(read_pixel(x,y)= = WHITE) { // 현재 픽셀이 배경색(white)이면
      write_pixel(x,y,BLACK);      // 채우기색 (black)으로 칠함
     flood_fill(x+1, y);            // 오른쪽으로 반복
     flood_fill(x-1, y);            // 왼쪽으로 반복
      flood_fill(x, y+1);           // 아래로 반복
      flood_fill(x, y-1);           // 위로 반복
    }
}
```



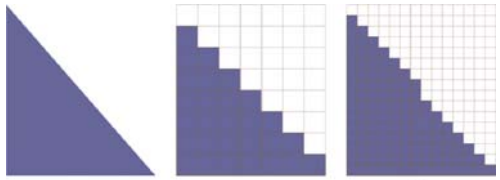
Scan Line Fill

- 주사선 채우기 (scan line fill)
  - Y-X 다각형 주사선 알고리즘:
    - 전체 edge를 Y값 순서로 정렬하여 Edge List (EL)를 구성
    - 매 주사선이 새로 교차하는 에지를 EL에서 꺼내어 Active Edge List (AEL)로 이동
    - 해당 주사선과 각 edge와 교차점을 2개씩 짝을 지어 사이를 채움



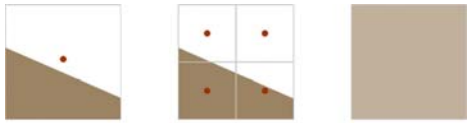
Aliasing

- 계단(Stair-step, Jaggies) 모양의 거친 경계선
  - 비트맵 표현에서는 화소 단위로 근사화 할 수 밖에 없기 때문
  - 무한 해상도를 지닌 물체를 유한 해상도를 지닌 화소 면적 단위로 근사화 할 때 필연적으로 일어나는 현상



Anti-Aliasing

- 수퍼 샘플링(Super-Sampling)
  - 부분 화소에서 샘플링. 사후 필터링
  - 부분 화소의 평균값을 반영



  - 지터(jitter)에 의한 수퍼 샘플링
    - 물체 자체가 불규칙이라면 불규칙 샘플링이 유리

Anti-Aliasing