

중간고사

담당교수: 박경신

- 답은 반드시 답안지에 기술할 것. 공간이 부족할 경우 반드시 답안지 몇 쪽의 뒤에 있다고 명기한 후 기술할 것. 그 외의 경우의 답안지 뒤쪽이나 연습지에 기술한 내용은 답안으로 인정 안 함. 답에는 반드시 네모를 쳐서 확실히 표시할 것.
- 답안지에 학과, 학번, 이름 외에 본인의 암호를 기입하면 성적공고시 학번 대신 암호를 사용할 것임.

1. 다음 문제에 간단히 답하시오. (45점)

- 1) 래스터 그래픽스 (Raster Graphics)와 벡터 그래픽스 (Vector Graphics)을 간단히 서술하라. (5점)

래스터 그래픽스 (Raster Graphics) – 현재 대부분의 컴퓨터 시스템에서 사용하는 방식. 프레임 버퍼를 사용하여 프레임 버퍼에서 화소(pixel)의 배열 (array)인 래스터(raster) 이미지로 생성하여 모니터에 출력하는 방식의 시스템이다. 화소를 사용하는 래스터 이미지 방식이라서 연속적인 영상을 유한 개의 화소를 사용하는 영역으로 표현하므로 오차가 발생하는데 이를 aliasing이라고 부른다.

벡터 그래픽스 (Vector Graphics) – 벡터 그래픽스는 geometrical primitives (예를 들어, 점, 선, 곡선, 폴리곤 등등)로 표현하는 시스템이다. 벡터 그래픽 시스템은 레이더나 오실로스코프, 플로터 등에서 사용한 그래픽 시스템으로써, 화소(pixel)의 개념이 없다. 즉 프레임 버퍼를 사용하지 않는다. 무한해상도를 갖으며, aliasing이 없다.

- 2) 두 벡터의 내적이 0이면 두 벡터는 \perp 하다. 두 벡터의 외적이 0이면 두 벡터는 \parallel 하다. 자세히 설명하라. (5점)

$v_1 (1, 0, 0)$ 과 $v_2 (0, 1, 0)$ 은 $\text{dot}(v_1, v_2) = 0$ 이며, v_1 과 v_2 의 사이각 $\text{acos}(\text{dot}(v_1, v_2)/|v_1||v_2|)$ 은 90도 이다. 즉, 두 벡터의 내적이 0이면 두 벡터는 직교한다.

벡터 자기 자신의 외적은 0. v_1, v_2 의 방향이 같거나 반대이면 $\text{cross}(v_1, v_2) = 0$ 이다. 두 벡터의 외적이 0이면 두 벡터는 평행하다.

- 3) 컨벡스 (Convexity)과 컨벡스 쉘 (Convex Hull)을 간단히 서술하라. (5점)

컨벡스 (Convexity) – Convex (볼록 다각형)란 객체 내 임의의 두 점을 선택했을 때 두 점을 이은 선은 반드시 해당 객체 안에 포함된다는 성질을 갖는다.

컨벡스 쉘 (Convex Hull) – 컨벡스 쉘이란 점들의 집합 P_1, P_2, \dots, P_n 을 모두 포함하는 가장 작은 볼록 객체를 뜻한다. 주어진 모든 점들을 감싸는 최소의 점들의 모임(shrink wrapping)이다.

- 4) 아핀 공간 (Affine Space)과 아핀 합 (Affine Sum)을 간단히 서술하라. (5점)

아핀 공간 (Affine Space) – 아핀공간은 벡터공간에 점을 추가한 공간. 임의의 벡터 (vector)와 임의의 점(point)의 표현이 가능.

아핀 합 (Affine Sum) – 아핀 공간에서 점의 덧셈은 각 점들의 앞의 계수의 합이 1일때는 허용된다. 아핀 공간에서 n 개 점의 덧셈에서 계수의 합이 1이 되는 경우를 affine sum이라고 한다. $P = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \dots + \alpha_n P_n, \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1$

학과 _____ 학번 _____ 이름 _____

- 5) 동차 좌표(Homogeneous Coordinates)란 무엇인가? 컴퓨터 그래픽스에서 동차 좌표를 사용하는 이유는? (5점)

동차 좌표는 현재 차원의 좌표(N)에 한 차원을 추가한 좌표(N+1)로 표현을 하는 것. 컴퓨터 그래픽스에서 3차원의 점은 $(x, y, z, 1)$ 동차좌표로 표현되고 3차원의 벡터는 $(x, y, z, 0)$ 동차좌표로 표현된다.

3차원 컴퓨터 그래픽스에서 사용하는 아핀 변환 (Affine Transformation) 즉, 이동 (Translate), 회전(Rotate), 크기변환(Scale) 행렬을 곱하기 위하여 동차 좌표를 사용하여 정점의 변환을 4x4 행렬로 바꿔서 사용한다.

- 6) 더블 버퍼링(Double Buffering)에서 스왑버퍼 (swap buffer)가 무엇인지 간단히 설명하라. 더블 버퍼링을 사용하는 이유를 설명하라. (5점)

더블 버퍼링이란 색 버퍼를 전면과 후면버퍼로 나누어서 사용하는 것으로, 비디오 제어가 항상 완성된 이미지를 그리도록 하기 위하여, 프로세서는 이미지의 내용을 계산하여 후면 버퍼에 축적하고, 그동안 비디오 제어기는 전면 버퍼의 내용을 읽어 화면에 이미지 도시하는데, 양쪽에서 모두 다 그리고 나면 전면버퍼와 후면버퍼를 서로 바꾸는 (swap buffer)를 수행한다.

애니메이션 그래픽 렌더링을 할 때, 싱글버퍼를 사용하면 프레임버퍼를 화면에 그리는 동안 다음 장면의 프레임버퍼를 갱신할 수 없기 때문에 지우고 다시 그려주기를 반복하면서 화면에 깜빡임이 발생한다. 더블버퍼를 사용하면 전면 버퍼가 화면에 그려지는 동안 후면 버퍼에서는 다음 장면의 프레임버퍼를 갱신하고, 둘 다 수행을 완료한 후 전면버퍼와 후면버퍼를 스왑버퍼링(swap)을 하여 부드러운 애니메이션을 생성할 수 있다

- 7) Modern OpenGL 렌더링을 하기 위해 사용하는 Vertex Array Object (VAO), Vertex Buffer Object (VBO), Index Buffer Object (IBO)이 무엇인지 간단히 설명하라. (5점)

VAO (Vertex Array Object) – 모든 정점자료(즉, position, color, ...)를 하나로 묶어줌. 보통 하나의 Mesh (즉, 기하객체)마다 하나의 VAO를 사용함. 즉, 하나의 VAO안에는 하나 또는 여러 개의 VBO가 존재함.

VBO (Vertex Buffer Object) – 정점자료(즉, position, color, normal, 등등)의 데이터를 저장하는 메모리 버퍼. 대용량 자료를 GPU에 보내줄 수 있음.

IBO (Index Buffer Object) – 인덱스자료(즉, 정점의 index) 데이터를 저장하는 버퍼

- 8) 컴퓨터 그래픽 영상의 생성에서 필요한 3가지 요소인 객체, 관측자, 광원을 설명하라. 그리고 합성 카메라 모델 (Synthetic-Camera Model)을 설명하라. (5점)

Object (객체)는 영상생성 과정이나 관측자와 관계없이 공간에 존재
Viewer (관측자)는 물체의 영상을 형성하는 존재. 즉, 컴퓨터 그래픽에서 카메라.
Light (광원)은 객체와 관측자가 있다 하더라도 광원이 없다면 객체는 어두워서 영상에 나타나지 않는다.

Synthetic-Camera Model (합성 카메라 모델)은 Image Plane(영상면)이 Center of Projection보다 앞에 있다. 인간시각시스템이나 핀홀 카메라모델이 영상면이 카메라 후면에 있어서 영상면에 전후 좌우가 뒤바뀌어 이미지가 생기는 것과는 달리 영상이 그대로 투영되는 모델이다.

학과 _____ 학번 _____ 이름 _____

- 9) RGB 색 모델 (color model) 과 CMY 색 모델에 대해 간단히 설명하시오. 그리고 각각의 색 모델에서 (1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0) 이 의미하는 색이 무엇인지 적으시오. (5점)

RGB 색 모델은 빛의 삼원색으로 컬러 디스플레이 시스템에 적합한 모델이다.

RGB 색 모델은 Red, Green, Blue 값을 더해서 표현하는 방식이다.

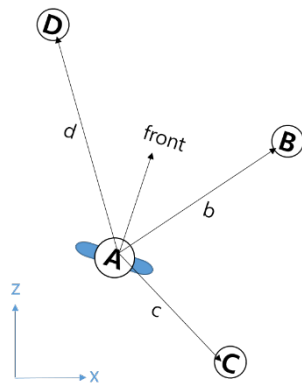
RGB (1, 1, 1) 흰색, (1, 1, 0) 노란색, (1, 0, 0) 빨간색

CMY 색 모델은 색의 삼원색으로 인쇄 시스템에 적합한 모델이다.

CMY 색 모델은 RGB의 보색인 Cyan, Magenta, Yellow을 사용하며 CMY를 빼서 표현하는 방식이다.

CMY (1, 1, 1) 검정색, (1, 1, 0) 파란색, (1, 0, 0) 청록색

2. 아래 그림에서 A는 front 방향으로 향하고 있다. A의 up 벡터는 y축과 일치한다. 다음 벡터의 내적과 외적을 이용한 식을 사용하여 B, C, D가 A로부터 왼쪽에 있는지 오른쪽에 있는지, 뒤에 있는지 앞에 있는지를 판별하는 방법을 설명하라. (10점)



$\text{dot}(\text{front}, b) > 0$, 즉 A의 front 벡터와 점 A에서 점 B로 향하는 벡터 b 간의 사이각이 예각이면 B는 A의 앞에 있다

$\text{dot}(\text{front}, c) < 0$, 즉 A의 front 벡터와 점 A에서 점 C로 향하는 벡터 c 간의 사이각이 둔각이면 C는 A의 뒤에 있다

$\text{dot}(\text{front}, d) > 0$, 즉 A의 front 벡터와 점 A에서 점 D로 향하는 벡터 d 간의 사이각이 예각이면 D는 A의 앞에 있다

$\text{dot}(\text{up}, \text{cross}(b, \text{front})) < 0$ 이면 B는 A의 오른쪽에 있다

$\text{dot}(\text{up}, \text{cross}(c, \text{front})) < 0$ 이면 C는 A의 오른쪽에 있다

$\text{dot}(\text{up}, \text{cross}(d, \text{front})) > 0$ 이면 D는 A의 왼쪽에 있다

3. 다음 행렬 질문에 답하라. (20점)

$$x' = -y + 3$$

$$y' = -x + 3$$

$$z' = -z$$

- 1) 3차원 공간의 점 $P(x, y, z)$ 가 위의 공식에 의해 변환된 점 $P'(x', y', z')$ 의 아핀 변환 행렬 M_1 (4x4 matrix)를 구하라.

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 2) 평면 $z - 1 = 0$ 에 있는 점 3개를 선택하여, M_1 을 적용하여 변환된 점을 계산하라.

$$M_1 * P_1 (0, 0, 1) \Rightarrow P_1' = (3, 3, -1)$$

$$M_1 * P_2 (-1, 0, 1) \Rightarrow P_2' = (3, 4, -1)$$

$$M_1 * P_3 (0, -1, 1) \Rightarrow P_3' = (4, 3, -1)$$

- 3) 다음 행렬의 곱 M_2 (4x4 matrix)를 구하라.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 3 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

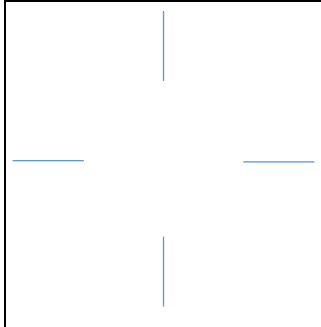
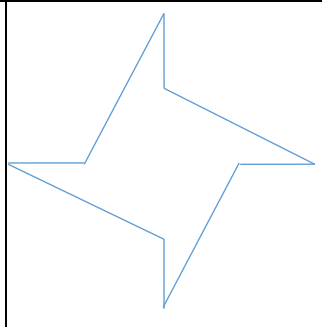
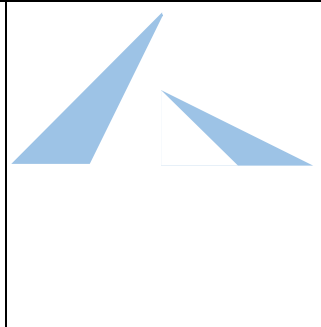
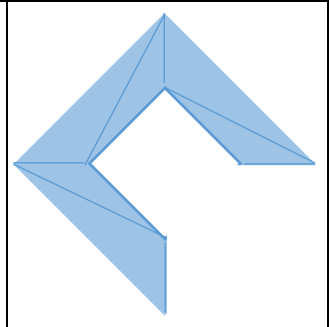
- 4) 위 행렬의 곱 M_2 을 이동, 회전, 크기변환 아핀 변환 행렬의 곱으로 표현하라.

$$M_2 = T(3, 3, 0)R\left(-\frac{\pi}{4}, 0, 0, 1\right)S(1, -1, -1)R\left(\frac{\pi}{4}, 0, 0, 1\right)$$

학과 _____ 학번 _____ 이름 _____

4. 다음과 같이 정점이 주어졌을 때 `glDrawArrays(...)`에 `GL_LINES`, `GL_LINE_LOOP`, `GL_TRIANGLES`, `GL_QUAD_STRIP`을 사용했을 때 실행 결과를 그려라. (10점)

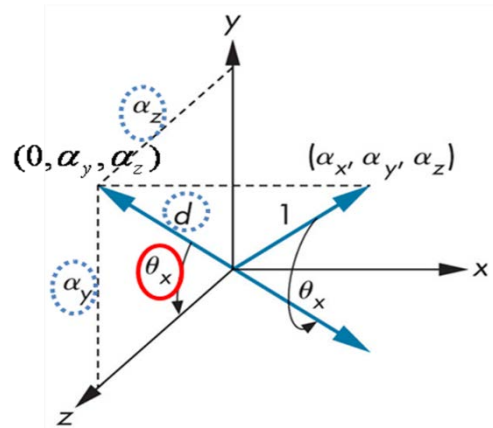
$V_0 (1, 0, 0)$, $V_1 (2, 0, 0)$, $V_2 (0, 1, 0)$, $V_3 (0, 2, 0)$
 $V_4 (-1, 0, 0)$, $V_5 (-2, 0, 0)$, $V_6 (0, -1, 0)$, $V_7 (0, -2, 0)$

GL_LINES	GL_LINE_LOOP	GL_TRIANGLES	GL_QUAD_STRIP
			

5. 다음은 3차원 임의의 축 $\alpha = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ 에 $\frac{\pi}{4}$ 회전하는 행렬에 관한 문제이다. 아래의 식에서 (1) 임의의 축을 xz -plane 평면으로 회전시키는 $R_x(\theta_x)$, (2) 그 다음 z 축과 align시키도록 회전시키는 $R_y(\theta_y)$, (3) z 축에서의 실제 회전인 $R_z(\theta_z)$ 행렬을 답하시오. $\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (15점)

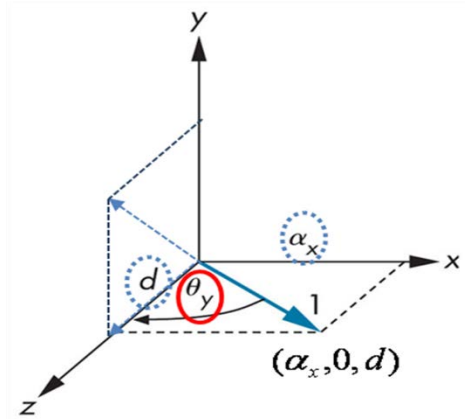
$$M = T(P_0)R_x(-\theta_x)R_y(-\theta_y)R_z(\theta)R_y(\theta_y)R_x(\theta_x)T(-P_0)$$

$$R_x(\theta_x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



학과 _____ 학번 _____ 이름 _____

$$R_y(\theta_y) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$R_z(\theta_z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 끝 -